

8.-9. klasse



## Facitliste

# Trigonometri i praksis

Erik Bilsted

Alinea

Facitliste til Trigonometri i praksis 8.-9. klasse  
Erik Bilsted  
1.udgave, 1. oplag

© 2009 Alinea København  
Kopiering af denne bog er kun tilladt ifølge aftale med COPY-DAN

Forlagsredaktion: Heidi Freiberg Rasmussen, Susanne Schulian  
Grafisk tilrettelæggelse og omslag: Mette Bødker  
Tegninger: Mette Bødker

Tilhørende titel:  
Trigonometri i praksis 8.-9. klasse  
ISBN: 978-87-23-03213-3

# Indhold

<b>1</b>	Skyggemåling i oldtiden	side	4
<b>2</b>	Ligedannede figurer	side	5
<b>3</b>	Måling af afstande	side	7
<b>4</b>	Trigonometri	side	8
<b>5</b>	Trigonometri i anvendelse	side	11
<b>6</b>	Sinus og cosinus	side	13
<b>7</b>	Tangens	side	15
<b>8</b>	Landmåling med hjælpemidler	side	15

# 1 Skyggemåling i oldtiden

1

146 m

2

Højden af pyramiden findes ved at multiplicere forholdet mellem Thales højde og skygge med pyramidens skygge. Kan omskrives med et passende valg af matematiske symboler for længde og højde. Fx: For Thales højde  $h_T$ , Thales skygge  $s_T$ , pyramidens højde  $h_P$  og pyramidens skygge  $s_P$

er Pyramidens højde  $h_P = \frac{h_T}{s_T} \cdot s_P$ .

3

–

4

Højden af hjælpemidlet sættes til 1, og højden af det målte objekt bliver således forholdet mellem skyggerne. Se også svaret til opgave nr. 2.

5

Ja, da der jo fortsat er tale om to lignedannede trekanter, men opgaven er uinteressant i en praktisk kontekst. Eksemplet kan bruges til at vise matematikkens behov for en generel sammenhæng.

## 2 Lighedannede figurer

6

Ved måling af længde og højde erfares, at forholdet mellem to valgte pyramider er ens. Dog har tegneren "sjusket" lidt med nøjagtigheden ud fra erkendelse af, at bygninger taber højde.

7

Skalafaktor:  $A : B$  er  $1 : 2$ ,  $A : C$  er  $3 : 10$  og  $B : C$  er  $3 : 5$

8

Svaret er umiddelbart "Ja", men vær opmærksom på, at mange kopimaskiner ved op - og nedkopiering ikke er målfaste.

9

Lighedannede figurer skal være ensvinklede.

10

Vinkelsummen er  $180^\circ$ .

Trekanten er i øvrigt basisfigur for målearbejde på grund af dens særlige egenskaber som en stabil figur samt at alle andre polygoner kan opdeles i trekanter.

11

Trekanterne er kongruente.

Det er væsentligt, at eleverne kan skelne mellem ensvinklede og kongruente trekanter.

Der skal tegnes to ens trekanter.

12

Skalafaktoren findes ved at finde forholdet mellem to ensliggende sider. Skalafaktoren udtrykkes ofte som et forhold mellem to naturlige tal, men der er intet matematisk forkert ved at anvende decimaltal.

**13**

$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'}$  og heraf følger at  $a \cdot b' = a' \cdot b$ .

Ved at dele med  $b \cdot b'$  på begge sider af lighedstegnet fås det ønskede forhold.

**14**

12,65 m

**15**

800 000

**16**

Rønne – Nexø er 28 km

Sandvig Snogebæk er 35 km

**17**

F. eks. Hasle - Østermarie

# 3 Måling af afstande

## 18

Det er anbefalelsesværdigt at bruge de forskellige metoder på samme objekt med henblik på at sammenligne metodernes nøjagtighed og anvendelighed.

## 19

Alle tre spejdertricks bygger på lignedannede trekanter og på, at forholdet mellem to ensliggende sider i den ene trekant svarer til forholdet mellem de tilsvarende ensliggende sider i den anden trekant.

## 20

Det er anbefalelsesværdigt at bruge de forskellige metoder på samme objekt med henblik på at sammenligne metodernes nøjagtighed og anvendelighed. Desuden er det her muligt ved simpel opmåling at vurdere metodernes anvendelighed.

## 21

Denne opgave svarer til opgave 20, men med valg af et mere passende objekt, der ikke kan måles ved simpel opmåling.

Ideelt set vil en måling til et objekt på vand eller afstand over et vandløb give metoderne deres berettigelse.

## 22

Trekanterne ved metode 1 er kongruente og ved metode 2 lignedannede.

# 4 Trigonometri

## 23

I praksis er vinkler mindre end  $90^\circ$  anvendelige, mens vinkler over  $90^\circ$  kun har interesse i en matematisk sammenhæng.

## 24

**a** Vinkler mellem  $30^\circ$  og  $60^\circ$  er umiddelbart mest anvendelige, men det bør eleverne selv erfare.

**b** Millimeterpapir er mere velegnet end almindeligt kvadreret papir, men det bør eleverne selv erfare.

**c** Jo mindre målestoksforhold jo større unøjagtighed, men det bør eleverne selv erfare.

## 25

**a** Kateternes længde er ens når vinkel A er  $45^\circ$ , da der er tale om en ligebenet trekant.

**b** Når vinkel A gores mindre end  $45^\circ$  bliver længden katete A mindre og katete B større

**c** Når vinkel A gores større end  $45^\circ$  bliver længden katete A større og katete B mindre

## 26

Tegningen skal bruges til opgave 27 og 29

## 27

Vinkel A	10	20	30	40	50	60	70	80
cos A	0,98	<b>0,94</b>	0,87	0,77	0,64	0,5	0,34	0,17
sin A	0,17	<b>0,34</b>	0,5	0,64	0,77	0,87	0,94	0,98



## 28

$\sin 0^\circ = 0$  og  $\sin 90^\circ = 1$   
 $\cos 0^\circ = 1$  og  $\cos 90^\circ = 0$

## 29

I opgave 27 kan eleverne erfare sammenhængen mellem cosinus og sinus, mens de kan finde en tilsvarende sammenhæng mellem cosinus henholdsvis sinus til vinkler af forskellig størrelse. Lad dem anvende cirklen til opgave 26.

## 30

**a** Længderne kan aflæses i matrixen i opgave 27

**b** Skalafaktoren er 6, og lad eleverne erfare at trekantene er skitser og således ikke er målbare.

## 31

I trekant ABC er AC lig 3,8 og BC er lig 3,2

I trekant DEF er DF lig 1,6 og EF er lig 1,9

I trekant GHI skal højden fra H findes først og er lig 2,6. Derefter kan de øvrige sider findes og HI er lig 5,2 samt GI lig 6.

Bemærk at trekanten er en såkaldt 30 – 60 – 90 trekant, og i den er hypotenusen dobbelt så lang som den mindste katete.

## 32

**a** Kateterne i enhedstrekanten er henholdsvis 0,64 (a) og 0,77 (b)

**b** Skalafaktoren er forholdet mellem  $b'$  og  $b$  og i afrundet værdi lig 12.

Alle siderne i den store trekant er således 12 gange så lange som siderne i enhedstrekanten.

### 33

I trekant ABC er AB lig 4,4 og BC er lig 4,1

I trekant DEF er DE lig 8,8 og DF er lig 8,3

I trekant GHI (som er ligebenet) er GI lig 3 og GH lig  $3\sqrt{2}$ .

### 34

I denne opgave introduceres en formel, der kan beregne sidelængden af kateterne uden at kende hypotenusen.

### 35

Denne formel vil ofte være anvendelig ved højdemåling, hvor hypotenusen ikke er målbar.

# 5 Trigonometri i anvendelse

## 36

Ved hjælp af to målepinde danner hun en retvinklet trekant og finder en vinkel på  $40^\circ$  ved at sigte efter f. eks. kirketårnet i Allesø. Hun behøver nu blot at måle afstanden mellem de to målepinde.

## 37

Ved hjælp af en målepind danner han en retvinklet trekant og måler vinklen fra målepinden til toppen af kirketårnet. Han behøver nu blot at finde afstanden fra målepinden til kirketårnet.

## 38

Han kan f. eks. have valgt at anbringe målepinden, så den danner en vinkel på  $45^\circ$  til toppen af kirketårnet. I så fald er afstanden til tårnet lig højden af tårnet.

## 39

Vinklen på  $70^\circ$  er et sikkerhedskrav fra branchevejledningen for at forhindre at stigen skrider under brandmandens vægt eller vælter bagover.

Stigerne på 5, 8 og 12 meter rækker henholdsvis 4,6 m, 7,5 m og 11,2 meter op ad muren.

## 40

Stigen skal være mindst 12,77 m.

## 41

Opgaven løses ved at anvende  $\sin 40^\circ$ , og længden bliver 28 m.

## 42

Højden til taget er 12,4 m og højden til bunden af tagvinduet ca. 9,7 m.

**43**

Der er brug for 5 sektioner i alt, og han mangler således 4 sektioner.

**44**

**a** 273,6 m

**b** 18 000 m

**c** 2 170 m

# 6 Sinus og cosinus

## 45

Eleverne skal med denne øvelse erfare, at værdierne i opgave 27 er tilnærmede værdier, samt at flere decimaler giver en mere nøjagtig beregning.

Det kan være på sin plads at tilføje, at sinus og cosinus til en vinkel hører til de irrationale tal, når der ses bort fra de få værdier der er et helt tal.

## 46

A: 39 m

B: 34,8 m

C: 29,6 m

## 47

a Summen af kvadraterne kateterne er lig 25, og kvadratroden af 25 er lig med hypotenusen på 5.

b Vinkel A er lig  $37^\circ$  og vinkel B er lig  $53^\circ$ .

## 48

a Summen af kvadraterne på kateterne er 100, og kvadratroden af 100 er lig med hypotenusen på 10.

b Se opgave 47 b.

c Trekkanterne er ligedannede med skalafaktor på 2 og således ensvinklede.

## 49

a Summen af kvadraterne på kateterne er 169, og kvadratroden af 169 er lig med hypotenusen på 13.

b Vinkel A er  $22,6^\circ$  og vinkel B er  $67,4^\circ$ .

## 50

- a** Vinklen er altid ret, da det er en periferivinkel, der spænder over en bue på  $180^\circ$ .
- b** Eleverne erfarer, at den pythagoræiske læresætning kan udføres i et dynamisk geometriprogram.
- c** Eleverne erfarer, at den pythagoræiske læresætning gælder for alle retvinklede trekanter i et dynamisk geometriprogram.

# 7 Tangens

## 51

Tangens til en vinkel kan udledes ved at se på de to ensvinklede trekanter på figuren. Her vil forholdet mellem tangens og sinus til vinklen være lig forholdet mellem 1 og cosinus til vinklen, og således bliver tangens til vinklen lig forholdet mellem sinus og cosinus til vinklen.

## 52

Bemærk fejl i eksemplet til formlen på side 39, hvor 18,7 er afstanden mellem de to målesteder.

Grantræets højde er 2,9 m, højhusets højde er 38,9 m og højden til toppen af flagstangen er 6,2 m.

# 8 Landmåling med hjælpemidler

Ingen opgaver